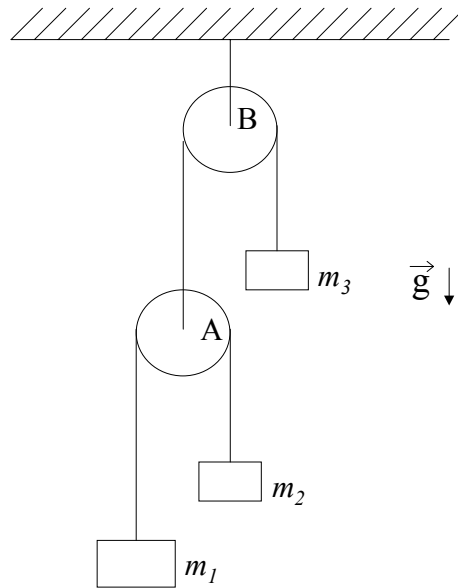


DINÁMICA

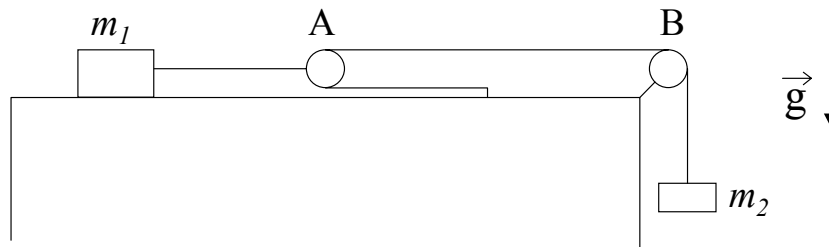
* Los items denotados con * podrán ser resueltos luego de la primera clase de computación.

1 - El sistema de la figura está inicialmente en reposo, las poleas y los hilos tienen masas despreciables y los hilos son inextensibles.



- Escriba las ecuaciones de Newton para las masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
- Halle la aceleración de cada cuerpo y las tensiones en los hilos en función de las masas y de g .

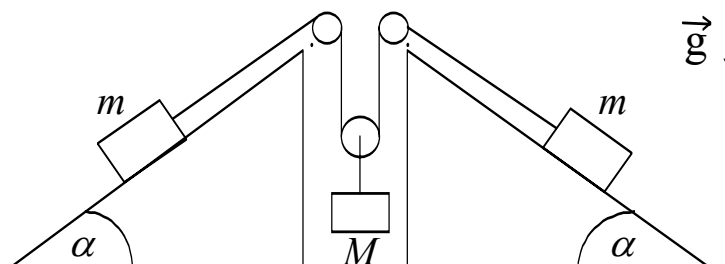
2 - Como se muestra en la figura, un cuerpo de masa m_1 está ubicado sobre una mesa plana sin fricción. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables. El sistema está inicialmente en reposo y la polea A es móvil.



- Escriba las ecuaciones de Newton para ambas masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.

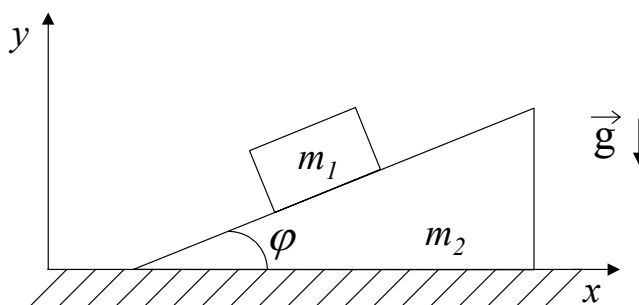
- b) Cuando el sistema comienza a moverse, diga cuál es la relación que debe existir entre las distancias d_1 y d_2 recorridas por m_1 y m_2 (condición de vínculo).
- c) Encuentre la aceleración de cada masa y las tensiones en los hilos en función de m_1 , m_2 y g .

- 3 - El sistema de la figura utiliza dos contrapesos de masa m para levantar un cuerpo de masa M , que se halla inicialmente en reposo sobre el piso. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables.



- a) Escriba las ecuaciones de Newton y las de vínculo.
- b) Calcule la aceleración de cada masa en función de m , M , α y g .
- c) Si el sistema comienza a accionar cuando se quitan los soportes que sostienen los contrapesos, indicar cuál es el mínimo valor de m para levantar el cuerpo a una altura H en un tiempo T .

- 4 - Un bloque de masa m_1 está colocado sobre un plano inclinado de masa m_2 como muestra la figura. El plano inclinado descansa sobre una superficie horizontal. Ambas superficies son sin fricción y ambas, el bloque y el plano, pueden moverse (ver figura).



- i) Si el plano inclinado está fijo, halle las componentes x e y de la aceleración del bloque.
- ii) Si el plano inclinado es libre de moverse:
- a) Muestre que la componente x de la aceleración del bloque es:

$$a_{1x} = -m_2 g \tan \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi).$$

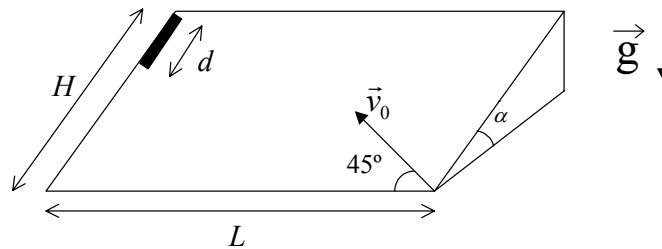
b) Muestre que la componente x de la aceleración del plano inclinado (y su única componente) es:

$$a_{2x} = m_1 g \tan \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi).$$

c) Muestre que a_{1y} es:

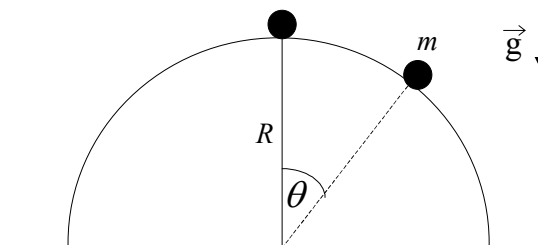
$$a_{1y} = -(m_1 + m_2)g \tan^2 \varphi / (m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi).$$

5 - Una varilla de longitud d se deja caer sobre un plano inclinado sin rozamiento como se ve en la figura, con H , L y α como datos. Un segundo después se dispara un proyectil sobre el plano con una velocidad inicial \vec{v}_0 formando un ángulo de 45° con respecto a la base del plano.



- Escriba las ecuaciones de Newton para el proyectil y la varilla utilizando un sistema de referencia fijo a la superficie del plano.
- Calcule las aceleraciones de ambos cuerpos. Diga para qué valores de v_0 el proyectil alcanza la varilla.

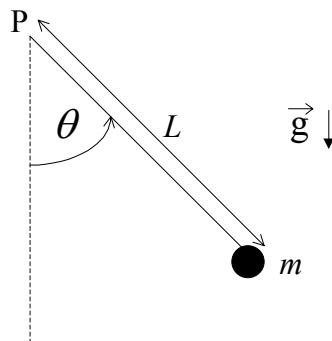
6 - Una masa se desliza sobre una semiesfera de radio R sin fricción.



- Calcular el ángulo θ para el cual se separa de la superficie esférica si inicialmente la masa m es apartada, en un ángulo muy pequeño, de $\theta = 0$ y su velocidad inicial es

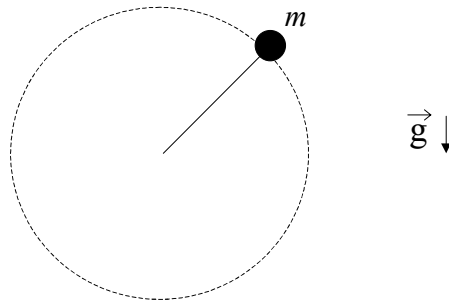
- cero.
- b) Si la masa m se engarza en un riel semicircular sin fricción de radio R , hallar la velocidad con que llega al suelo. ¿Qué aceleración tangencial tiene m en ese instante ?
- *c) Si la bolita está engarzada en el riel, estime numéricamente el tiempo que tarda en llegar al suelo si $R = 1\text{ cm}$, 10 cm , 50 cm , 100 cm . Confeccione un gráfico del tiempo de llegada en función de g/R (si lo necesita, calcule el tiempo para otros valores de R).

- 7 - Se tiene una partícula de masa m unida al extremo de una barra rígida, sin masa, de longitud L . La barra es libre de girar (en el plano vertical) alrededor de su otro extremo, fijo en un punto P .



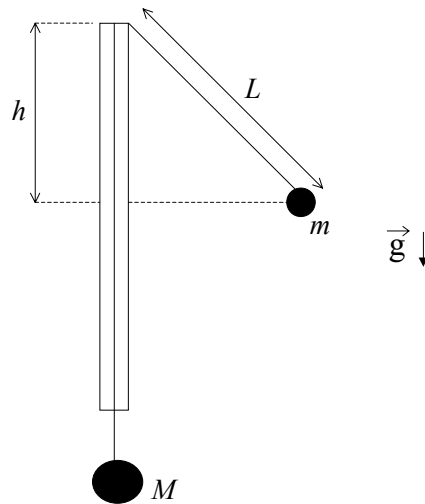
Si se conoce la velocidad v_0 de la partícula cuando pasa por el punto más bajo de su trayectoria, determine:

- El ángulo θ_v para el cual la velocidad se anula.
 - El ángulo θ_f para el cual la fuerza que hace la barra sobre la partícula se anula. Observe que θ_f puede no existir.
 - ¿Bajo qué condiciones se puede reemplazar la barra por una cuerda inextensible sin modificar la cinemática de la partícula? Justifique.
 - *d) Analice el problema numéricamente para varias condiciones iniciales. ¿Qué tipo de movimiento observa?. Confexione un gráfico que muestre la dependencia del período de movimiento con su amplitud.
- 8 - Considere una partícula de masa m sujeta a una varilla rígida que le comunica un movimiento circular uniforme con velocidad angular de módulo ω en un plano vertical.

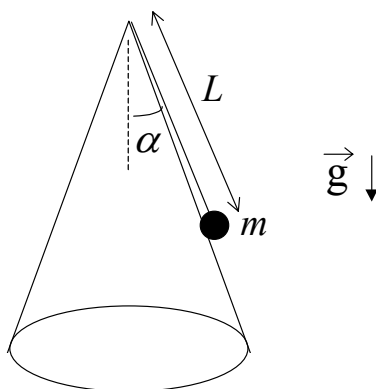


- a) Escriba la ecuación de Newton para la partícula y las condiciones de vínculo a las que está sujeto el movimiento.
- b) Calcule la fuerza ejercida por la barra en función del ángulo φ .

9 - Un hilo inextensible pasa a través de un tubo delgado de vidrio y dos cuerpos de masas M y m ($M > m$) penden de los extremos del hilo como se indica en la figura. El cuerpo de masa m realiza una trayectoria circular alrededor del tubo, en un plano horizontal, de tal forma que M permanece en reposo. El período del movimiento es T .

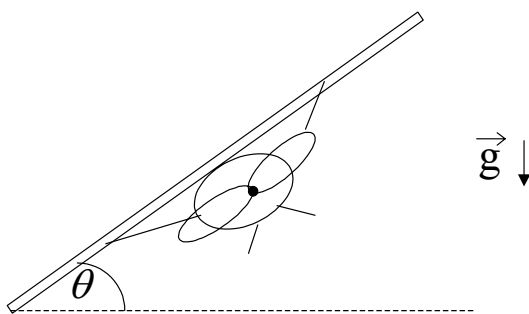


- a) Diga cuál es el ángulo entre el hilo y el tubo en función de m y M .
 - b) Expresé el valor de L en función de T , m , M y g .
 - c) Expresé T en función de g y h .
- 10 - Un cuerpo de masa m se halla apoyado sobre una superficie cónica sin fricción, colgando del extremo de una cuerda inextensible de longitud L . En el instante inicial el cuerpo rota con velocidad angular de módulo ω_0 .



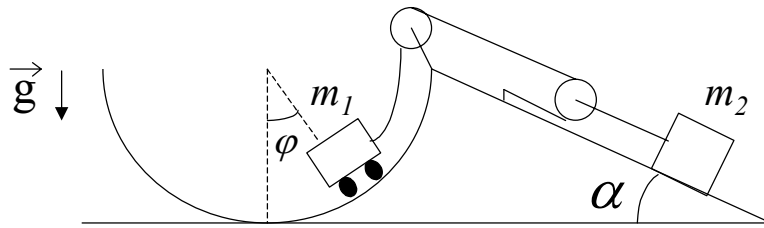
- Escriba las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo para la partícula.
- Calcule la aceleración de la partícula.
- Halle el valor de la tensión de la cuerda y de la fuerza de interacción ejercida por la superficie. Diga para que valor de ω_0 esta última fuerza se anula.

11 - Para que un avión que vuela con $|\vec{v}| = \text{cte.}$ pueda realizar una trayectoria circular de radio R , debe inclinar el plano de sus alas en un ángulo θ respecto de la horizontal. La fuerza de empuje aerodinámico actúa generalmente hacia arriba y perpendicular al plano de las alas.



- Obtenga la ecuación que da θ en términos de $|\vec{v}|$, R y g .
- ¿Cuál es el ángulo para $|\vec{v}| = 60 \text{ m/seg}$ y $R = 1 \text{ km}$?

12 - Un juego de un parque de diversiones consiste en un carro de masa m_1 que se desplaza sobre un riel semicircular de radio R carente de rozamiento. El carro es arrastrado mediante una soga que se desliza a lo largo del riel y que está enganchada a un sistema de poleas del cual cuelga un contrapeso de masa m_2 . Este contrapeso se mueve sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables.



- a) Escriba las ecuaciones de Newton y de vínculo para ambas masas.
- b) Diga para qué valor de φ el carro podrá permanecer en reposo.
- c) Encuentre la velocidad del carro como función de φ .
- *d) Resuelva numéricamente la ecuación de movimiento y encuentre el tiempo que tarda el carrito en subir hasta $\varphi = \pi/2$, suponiendo que $\sin \alpha = 1/2$, $m_1 = m_2$, $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$.