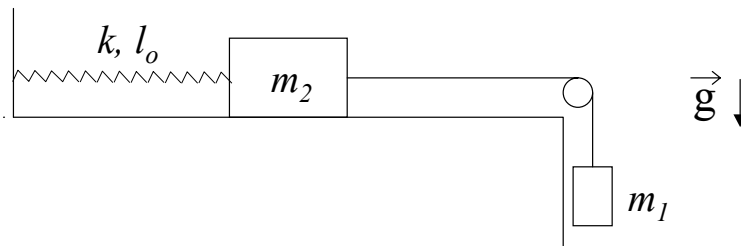
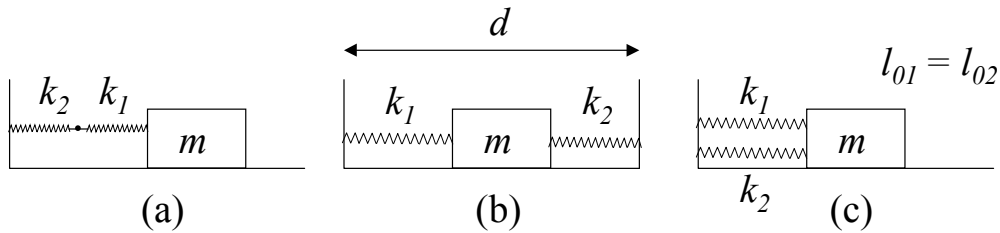


## MOVIMIENTO OSCILATORIO

- 1 - Considere una partícula de masa  $m$  suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0$ . Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en  $t = 0$  la partícula se halla a una distancia  $2l_0$  del techo, con velocidad nula.
  
- 2 - El sistema de la figura, compuesto por dos cuerpos de masas  $m_1$  y  $m_2$  y un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0$ , se encuentra inicialmente en equilibrio. Se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa  $m_1$  una velocidad  $v_0$  hacia abajo (no hay rozamiento).



- a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para  $m_1$  y para  $m_2$ .
  - b) Diga cómo varía la posición de  $m_2$  con el tiempo.
- 
- 3 - Sean dos resortes de constantes elásticas  $k_1$  y  $k_2$ , y un cuerpo de masa  $m$ , que desliza sin rozamiento, conectados como en las figuras a), b) y c).



- i) Demostrar que la frecuencia de oscilación de  $m$  vale, en el caso a)

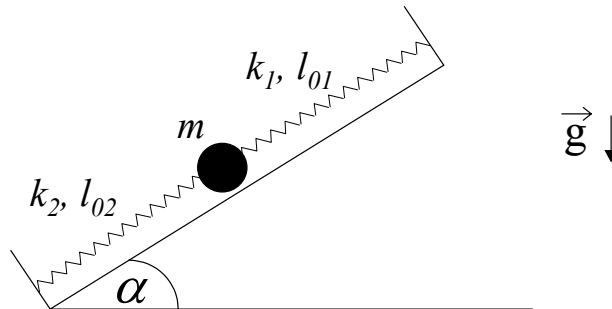
$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$$

y en los casos b) y c):

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

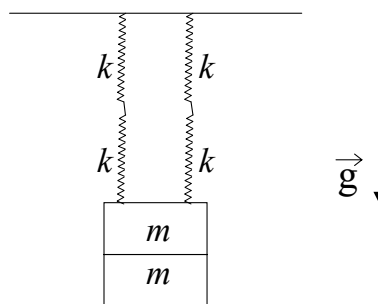
ii) Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales  $l_{01}$  y  $l_{02}$ .

4 - Una bolita de masa  $m$  se halla sobre un plano inclinado sostenida por dos resortes, de constantes elásticas  $k_1$  y  $k_2$ , y longitudes libres  $l_{01}$  y  $l_{02}$ , respectivamente, los cuales se encuentran fijos a dos paredes separadas una distancia  $L$ .



- Plantee la ecuación de Newton para la bolita y encuentre la ecuación de movimiento.
- Halle la posición de equilibrio y determine si es estable o inestable.
- Si partiendo de la posición de equilibrio el sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la bolita una velocidad  $v_0$  hacia arriba, encuentre la posición de la bolita como función del tiempo.

5 - Cuatro resortes idénticos de constante elástica  $k$  desconocida y longitud natural  $l_0$  se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa  $m$  cada una, como muestra la figura.



- Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia  $d$  del techo, encuentre el valor de  $k$ .
- Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
  - Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el

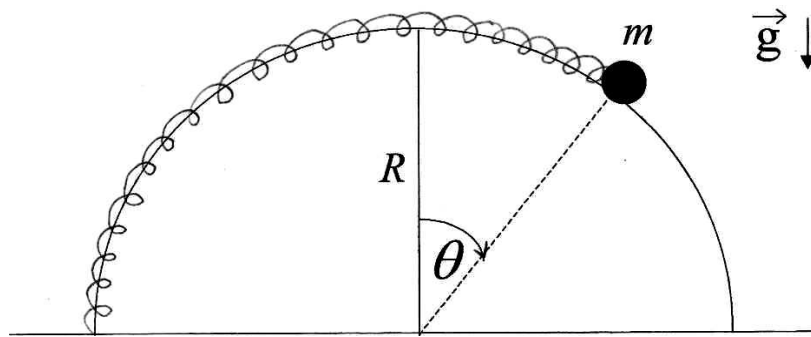
período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.

- ii) Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.

6 - Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud 80 cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo  $\theta = \theta(t)$  el ángulo entre la vertical y el hilo.

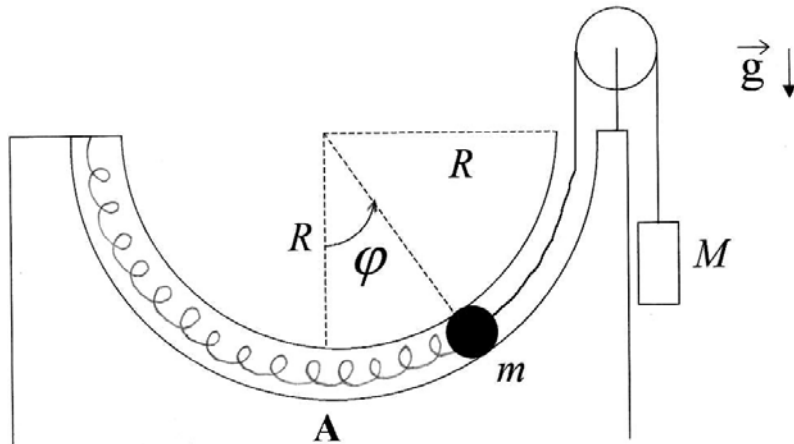
- Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.
- ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿qué período tiene?
- Si en  $t = 0$  es  $\theta = 0$ ,  $\dot{\theta} = 0,2 \text{ seg}^{-1}$  ¿se satisface la aproximación de b)  $\forall t$ ?
- Usando las ecuaciones planteadas en a) halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

7 - Una bolita de masa  $m$  está enhebrada en un aro semicircular de radio  $R$  y sujeta a un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0 = \pi R/2$ , como muestra la figura:



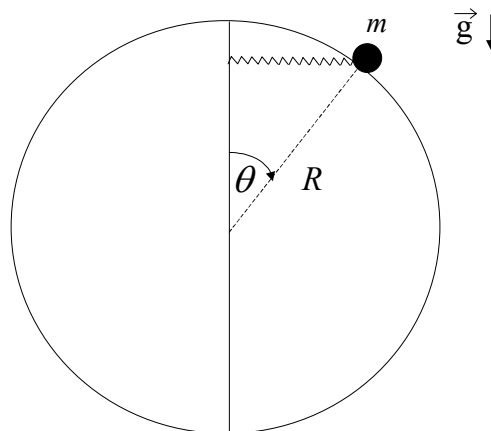
- Halle la ecuación de movimiento.
- Encuentre posiciones de equilibrio.
- Diga cuándo el equilibrio es estable.

8 - Una bolita de masa  $m$  se mueve por un tubo delgado, carente de rozamiento, el cual describe una semicircunferencia de radio  $R$ . La bolita se halla sujeta por un extremo a un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0 = \pi R/2$ , y por el otro a una sogá, deslizando ambos elementos por el interior del tubo, tal como muestra la figura. Del extremo de la sogá pende, a través de una polea, otro cuerpo de masa  $M$  que actúa como contrapeso. Considere la sogá inextensible, y las masas de sogá, resorte y poleas despreciables. En el instante inicial la bolita se halla en el punto A ( $\varphi = 0$ ) con velocidad  $v_0$ .



- Plantee las ecuaciones de Newton para cada una de las masas. Halle la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.
- Halle gráficamente la o las posiciones de equilibrio de la bolita, determinando si corresponden a posiciones de equilibrio estable o inestable.
- Halle la expresión de la fuerza de vínculo ejercida por el tubo sobre la bolita como función del ángulo  $\varphi$ .

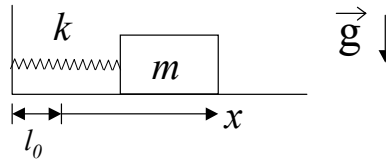
9 - Una masa  $m$  está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio  $R$  y unida al extremo de un resorte de constante  $k$  y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal (ver figura).



- Halle las ecuaciones de Newton para  $m$ .
- Si inicialmente la masa se encuentra en  $\theta = \pi/2$  con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo  $\theta$ .
- Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

10 - Considere que el sistema de la figura está sumergido en un medio que le ejerce una fuerza de rozamiento proporcional a la velocidad del cuerpo. La constante de

proporcionalidad es  $r$ .



- Escriba el vector fuerza de rozamiento.
- Escriba la ecuación de movimiento.
- Definiendo  $\beta = r/2m$ ,  $\omega_0^2 = k/m$ , halle las soluciones  $x(t)$  de la ecuación de movimiento y verifique que son:
  - si  $\beta^2 > \omega_0^2$

$$x(t) = e^{-\beta t} \left( A_1 e^{\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} + A_2 e^{-\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2} t} \right)$$

- Si  $\beta^2 = \omega_0^2$

$$x(t) = e^{-\beta t} (A_1 + A_2 t)$$

- Si  $\beta^2 < \omega_0^2$

$$x(t) = A e^{-\beta t} \cos(\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} t + \varphi)$$

- Grafique  $x$  versus  $t$  para los tres casos de c) y analice los gráficos.

11 - Un péndulo simple de 10 g de masa tiene inicialmente un período de 2 seg y una amplitud de  $2^\circ$ . Luego se lo sumerge en un medio con rozamiento y después de dos oscilaciones completas la amplitud se reduce a  $1,5^\circ$ . Encuentre la constante de amortiguamiento  $r$ .

12 - Una partícula de masa  $m$  está unida al extremo de un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural  $l_0$ . El otro extremo del resorte está unido a una pared que se mueve de acuerdo a la ley  $x_p(t) = L \cos(\omega t)$ . La partícula también está sometida a la acción de una fuerza viscosa tal que  $\vec{F}_v = -r\dot{x}\hat{x}$ .

- Escriba la ecuación de Newton para la partícula. Indique claramente cuáles son las fuerzas que actúan sobre ella.
- Para el caso  $\frac{k}{m} > \left(\frac{r}{2m}\right)^2$ , diga cuál es la solución de la ecuación de movimiento  $x(t)$ . Para tiempos largos ( $\beta t \gg 1$ , con  $\beta = \frac{r}{2m}$ ), diga en qué dirección se mueve la partícula cuando la pared se mueve hacia la derecha, si  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ .