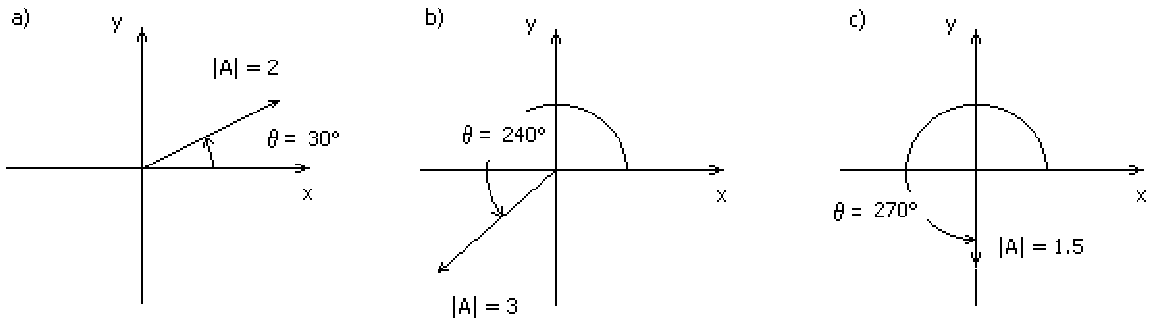
Guía 0. Matemática: Repaso de vectores

En esta guía repasaremos los conceptos básicos que se necesitarán en las próximas clases para realizar operaciones matemáticas con vectores.

1) Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Represéntelos gráficamente.
   a) **A**= (-4; 3) b) **B** = (2; 0) c) **C** = $-2\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$ d) **D** = $0\,\hat{x} - 5\,\hat{y}$

2) Dados los vectores del ejercicio anterior, halle vectores de módulo 1 (versores) en la dirección y sentido de dichos vectores. Represéntelos gráficamente.

3) Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



4) Dados los vectores **A** y **B** indicados, halle gráficamente su suma y su resta.

   a) **A** = (-3; 2) **B** = (-2; 5)

   b) **A** tal que |**A**| = 2 , θ = 240 ° **B** tal que |**B**|= 3 , θ = 135 °

   c) **A** = $-2\,\hat{x}$ **B** = $4\,\hat{y}$

5) Sean **A** y **B** los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector **A** + **B**, y del **A** – **B**. ¿El módulo del vector suma, **C = A** + **B**, es igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**?

6) Halle el vector que tiene origen en el punto **A** y extremo en el punto **B** en los siguientes casos:
   a) **A**=(2; -1) y **B**=(-5; -2).
   b) **A** =(2; -5; 8) y **B**=(-4; -3; 2).

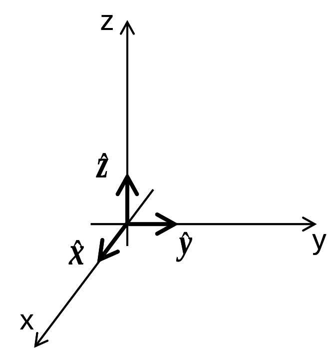
7) Dados los vectores:
   A = $(3\,\hat{x} + 2\,\hat{y} + 3\,\hat{z})$ **B** = $(4\,\hat{x} - 3\,\hat{y} + 2\,\hat{z})$ **C** = $(-2\,\hat{y} - 5\,\hat{z})$
   efectúe las siguientes operaciones:
   a) (**A** – **B**)/|**C**| + **C**
   b) 5**A** - 2**C**
   c) –2 **A** + **B** – **C**/5

Se define el **producto escalar** de dos vectores como **A . B =** $|A|\,|B|\cos\alpha$, donde α es el ángulo que forman los dos vectores.

---

8) Efectúe el producto escalar de los vectores **A** y **B**, tales que |**A**| = 3, |**B**| = 2 y el ángulo comprendido entre **A** y **B** es
   a) α = 60º b) α = 0º c) α = 90º d) α =120º

9) Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$, los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura.



$\hat{x}$ = (1;0;0) $\hat{y}$ = (0;1;0) $\hat{z}$ = (0;0;1)

Calcule $\hat{x}\,.\,\hat{x}$, $\hat{x}\,.\,\hat{y}$, $\hat{x}\,.\,\hat{z}$, $\hat{y}\,.\,\hat{x}$, $\hat{y}\,.\,\hat{y}$, $\hat{y}\,.\,\hat{z}$, $\hat{z}\,.\,\hat{x}$, $\hat{z}\,.\,\hat{y}$, $\hat{z}\,.\,\hat{z}$

10) Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si

A = $A_x\,\hat{x} + A_y\,\hat{y} + A_z\,\hat{z}$ **B** = $B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} + B_z\,\hat{z}$

entonces

$$\boxed{\mathbf{A}\,.\mathbf{B} = A_x\,B_x + A_y\,B_y + A_z\,B_z}$$

11) Efectúe el producto escalar de los vectores **A** y **B**. Determine el ángulo α que forman los dos vectores y diga si en algún caso **A** es perpendicular a **B**.

a) **A** = $3\,\hat{x} - 2\,\hat{y} + \hat{z}$ **B** = $-\,\hat{x} + 3\,\hat{z}$
b) **A** = (2; 3; -1) **B** = (6; -5; 2)

Se define el **producto vectorial** como **A** $\times$ **B =C** tal que

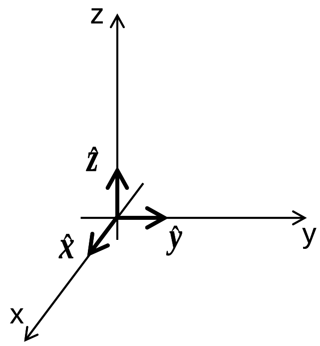
a) $|C| = |A|\,|B|\, sen\,\alpha$ **,** donde α es el ángulo que forman los dos vectores

b) **C** tiene dirección perpendicular al plano determinado por **A** y **B**

c) El sentido es tal que **A**, **B** y **C** tengan la misma orientación en el espacio

---

12) Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$, los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura



Calcule $\hat{x}$ x $\hat{x}$, $\hat{x}$ x $\hat{y}$, $\hat{x}$ x $\hat{z}$, $\hat{y}$ x $\hat{x}$, $\hat{y}$ x $\hat{y}$, $\hat{y}$ x $\hat{z}$, $\hat{z}$ x $\hat{x}$, $\hat{z}$ x $\hat{y}$, $\hat{z}$ x $\hat{z}$.

13) Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si:

$\mathbf{A} = A_x\,\hat{x} + A_y\,\hat{y} + A_z\,\hat{z}$ $\qquad\qquad$ $\mathbf{B} = B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} + B_z\,\hat{z}$

entonces **A** x **B** = (Ay Bz - Az By ; Az Bx - Ax Bz ; Ax By - Ay Bx)

14) Efectúe el producto vectorial (**A** x **B**) de los vectores **A** y **B** del ejercicio 11. Analice las diferencias entre el producto escalar y el producto vectorial.

15) Para cada ítem del ejercicio 11, encuentre un vector de módulo 1 (versor) que sea perpendicular a los dos vectores **A** y **B** dados.

16) Sean los vectores **A** = (3; 2; 1) **B** = (1; 0;-1) **C** = (0;-2; 4) calcule:

a) **B** x **C**
b) -4(**B** x **B**) - **A**
c) (**A** + **B**) x **C**
d) (**A** x **B**).**C**