

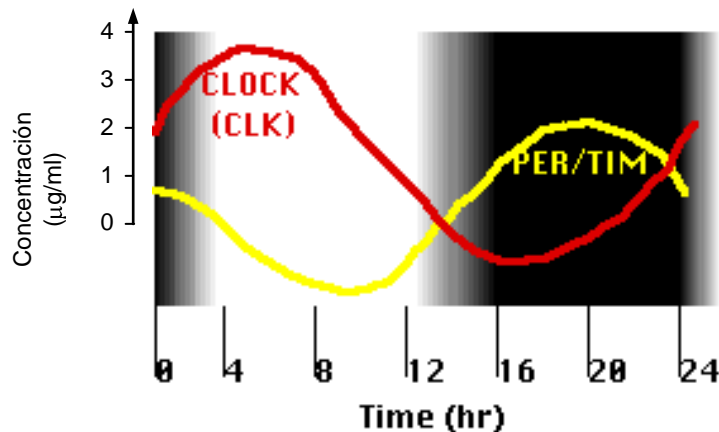
Guía 4: Movimiento Oscilatorio

Así como en la guía 3 nos focalizamos en el estudio del movimiento circular, esta guía está enfocada al análisis de la cinemática y la dinámica en el caso particular de sistemas que oscilan.

I - Cinemática del movimiento oscilatorio

- 1) El desplazamiento de un objeto está determinado por la ecuación $y(t) = 3\text{cm} \sin[(20\pi/\text{s}) t]$. Grafique y en función del tiempo y señale la amplitud y el periodo de las oscilaciones.
- 2) La coordenada espacial de un objeto viene dada por $(0.057\text{m}) \cos[(3.9/\text{s})t]$.
 - a) ¿Cuánto valen la amplitud A , la frecuencia angular ω , la frecuencia f , el período T y la fase ϕ ?
 - b) Escriba las expresiones para la velocidad v y la aceleración a del cuerpo.
 - c) Determine y , v y a en $t=0.25$ segundos.
- 3) Un objeto que tiene un movimiento armónico simple tiene su máximo desplazamiento $0,2$ m en $t = 0$. Su frecuencia es de 8 Hz.
 - a) Hallar los instantes en que las elongaciones son por primera vez $0,1$ m; 0 m; $-0,1$ m; $-0,2$ m
 - b) Halle las velocidades en dichos instantes.
Resp.: a) 0.02s , 0.031s , 0.042s , 0.062s ; b) -8.67m/s , -10m/s , -8.67m/s , 0m/s
- 4) Un objeto describe un movimiento armónico simple con una amplitud $A = 63$ mm y una frecuencia $\omega = 4.1$ 1/s. Considere $t=0$ cuando el objeto pasa por el punto medio del recorrido.
 - a) Escriba las expresiones para x , v , a .
 - b) Determine x , v y a para $t=1.7$ segundos.
- 5) Un objeto oscila con frecuencia 10 Hz y tiene una velocidad máxima de 3 m/s. ¿Cuál es la amplitud del movimiento?
- 6) En biología encontramos fenómenos oscilatorios por todos lados (ritmos circadianos, actividad cardiaca, crecimiento estacional, actividad neuronal rítmica, etc). En gran parte de los casos, la variable que sigue un comportamiento oscilatorio no es la posición de un objeto sino de algún otro tipo concentración de proteínas, flujo, tamaño, voltaje, etc). Asimismo, difícilmente las variables sigan funciones sinusoidales puras.

El siguiente gráfico muestra la fluctuación en las concentraciones de las proteínas PER/TIM y CLOCK en el transcurso de un día en células de la mosca *Drosophila melanogaster*. Estas proteínas controlan el ritmo circadiano de la mosca. Hay una tercera oscilación en la figura: la luminosidad (en tonos de gris). ¿Cuál es el período de cada oscilación? ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones de concentración? ¿Cuál es la diferencia de fase entre las dos curvas? Expresé las diferencias en horas, en radianes y en grados, considerando que el período corresponde a 2π .



II - Dinámica del movimiento oscilatorio

- 7) Un cuerpo está apoyado sobre una mesa, unido a un resorte de constante $k=500 \text{ N/m}$ y largo natural 10 cm (el otro extremo del resorte está fijo a la pared). Si el cuerpo se desplaza una distancia 2 cm de su posición de equilibrio, comprimiendo al resorte, y se lo suelta, oscila con un período de $0,63 \text{ s}$.
- Haga el diagrama de cuerpo libre y halle la ecuación del movimiento a partir de la 2ª Ley de Newton.
 - Determine el valor de la masa en función de los datos.
 - Escriba las ecuaciones de la posición x , la velocidad v y la aceleración a en función del tiempo.
 - ¿Para qué valores de x es máximo $|v|$? Analice qué sucede con a en esa situación.
 - ¿Para qué valores de x es máximo $|a|$? Analice qué sucede con v en esa situación.

Resp. b) 5 kg c) $x = -2 \text{ cm} \cos(10t/s) + 10 \text{ cm}$;
 $v = 20 \text{ cm/s} \sin(10t/s)$; $a = 200 \text{ cm/s}^2 \cos(10t/s)$

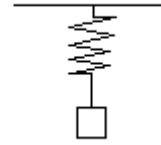
- 8) La frecuencia con la que oscila un cuerpo unido al extremo de un resorte es 5 Hz ¿Cuál es la aceleración del cuerpo cuando el desplazamiento es 15 cm ?

Resp: 148 m/s^2

- 9) Para estirar 5 cm un resorte horizontal es necesario aplicarle una fuerza de 40 N . Uno de los extremos de este resorte está fijo a una pared mientras que en el otro hay un cuerpo de 2 kg . La masa del resorte es despreciable. Si se estira el resorte 10 cm a partir de su posición de equilibrio y se lo suelta:
- ¿Cuál es la amplitud y la frecuencia del movimiento? ¿Cuánto tiempo tarda en hacer una oscilación completa?
 - Obtenga la expresión de posición en función del tiempo y gráfiquela señalando la posición de equilibrio.
 - Calcule la posición, la velocidad y la aceleración al cabo de $0,2 \text{ seg}$. Describa cualitativamente en que etapa del movimiento oscilatorio está.

Resp: a) $A=10 \text{ cm}$; $f=3.18 \text{ Hz}$; $T=0.314 \text{ seg}$.
 b) con $x_{\text{eq}}=0$; $x(t)=10 \text{ cm} \cos(20 t/\text{seg})$
 c) en $t=0.2 \text{ s}$; $x=-6.54 \text{ cm}$; $v=-1.5 \text{ m/s}$; $a=26.1 \text{ m/s}^2$

- 10) Un cuerpo de masa 800 g está suspendido de un resorte de longitud natural 15 cm y constante elástica $K=320 \text{ N/m}$, que se encuentra colgado del techo.



- a) Halle la posición de equilibrio.
 b) Si se desplaza al cuerpo 1,5 cm hacia abajo a partir de la posición de equilibrio y se lo suelta, halle su posición en función del tiempo.

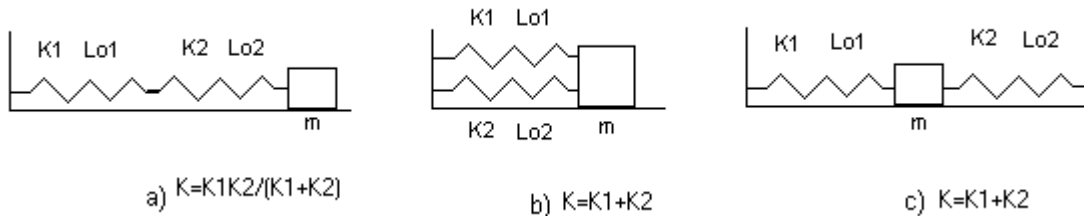
Resp: a) 17,5 cm del techo

- 11) Usando los órganos sensoriales de sus patas, las arañas detectan las vibraciones de sus telas cuando una presa queda atrapada.

- a) Si al quedar atrapado un insecto de 1 gr la tela vibra a 15 Hz, ¿cuál es la constante elástica de la tela?
 b) ¿Cuál sería la frecuencia cuando queda capturado un insecto de 4 gr?

Resp: a) 8,9 N/m b) 7,5 Hz

- 12) Un cuerpo de masa m está unido a resortes de constante k_1 y k_2 como se indica en cada uno de los siguientes casos. Demuestre que las mismas situaciones se pueden representar por un único resorte de cte. elástica K tal que



Se puede ver que para N resortes iguales de constante elástica K , su equivalente es $K_{eq} = K/N$ si se colocan en serie, y $K_{eq} = K \cdot N$ si se colocan en paralelo

- 13) Demuestre que el período de oscilación de un péndulo es $T = 2\pi \sqrt{L/g}$ (pequeñas oscilaciones), donde L es el largo del péndulo, y es independiente de la masa.

- 14) La aceleración de la gravedad varía ligeramente sobre la superficie de la tierra. Si un péndulo tiene un período de $T = 3,00$ segundos en un lugar en donde $g = 9,803 \text{ m/s}^2$ y un período de $T = 3.0024$ segundos en otro lugar. ¿Cuál es el valor de g este último lugar?

Resp: 9,787 m/s^2

- 15) Escriba la ecuación diferencial para pequeñas oscilaciones de un péndulo. Demuestre que su período de oscilación es $T = 2\pi \sqrt{L/g}$, donde L es el largo del péndulo, y es independiente de la masa.

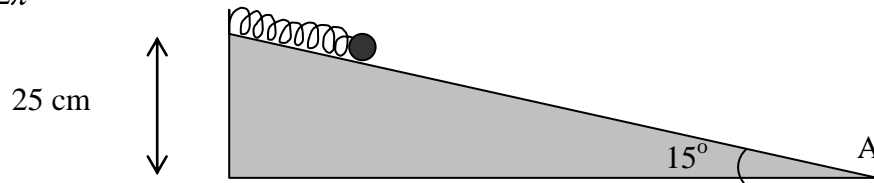
- 16) Se tiene un resorte (constante elástica $k=1000 \text{ N/m}$ y longitud natural $l_0 = 15 \text{ cm}$) apoyado sobre el plano inclinado de la figura.

- a) Calcule el largo que toma el resorte si sostiene un cuerpo de masa $m=10 \text{ kg}$ en equilibrio.
 b) En el caso de soltarse el cuerpo desde el largo natural del resorte, éste realizará un movimiento oscilatorio armónico. Calcule el máximo acercamiento al punto A.

- c) A partir de las ecuaciones de dinámica del mov. oscilatorio justifique que la frecuencia de oscilación es

$$f = \frac{\sqrt{k/m}}{2\pi}$$

y calcule la velocidad máxima que alcanza el cuerpo.



- 17) En la *Microscopía de Fuerza Atómica*, una punta de prueba se utiliza para explorar superficies con resolución nanométrica. En una de las aplicaciones de esta técnica, a la superficie se unen previamente copias de alguna biomolécula de la cual se quiera investigar el detalle de sus propiedades físicas como ser resistencia a la tensión, elasticidad y estructura. Se busca en cada experimento pegar con la punta de prueba un extremo de una biomolécula única (el otro permanece adherido a la superficie). Al retraer la punta hacia arriba, la biomolécula comienza a estirarse y ejerce una fuerza hacia abajo sobre la punta (Fig 1a). La punta de prueba se comporta como un resorte del cual el experimentador conoce la constante elástica (K_1) y puede medir en cada instante su elongación (L_1) y la de la biomolécula (L_2) (Fig 1b).

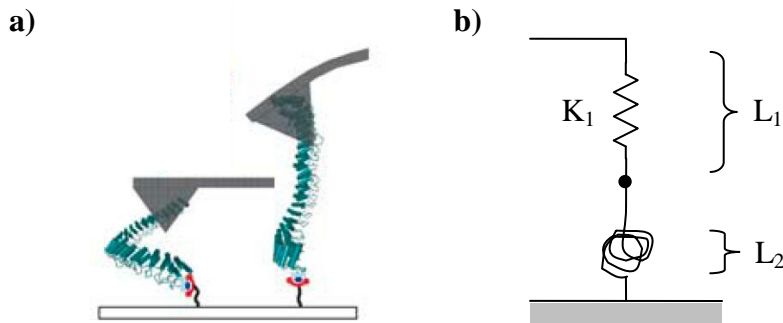


Figura 1. a) La caricatura muestra cuando la punta de prueba toca una molécula de proteína (izq) y la estira (der). La punta se deforma elásticamente por la fuerza realizada por la molécula al estirarse. **b)** En el modelo, el resorte representa a la punta de prueba y el ovillo a la biomolécula de interés. L_1 y L_2 son nulos cuando la punta de prueba o la proteína, respectivamente, tienen su longitud natural.

En un trabajo publicado en la revista Nature en marzo de 2006, el grupo de Piotr Marszalek de la Universidad de Duke estudia las propiedades elásticas de una proteína con dominios estructurales de ankirina. Los investigadores descubrieron que la proteína misma se comporta en ciertas condiciones como un resorte de dimensiones nanométricas.

La figura 2 muestra mediciones de microscopía de fuerza atómica obtenidas para tres proteínas distintas. Se grafica la fuerza que ejerce la proteína en función de su estiramiento.

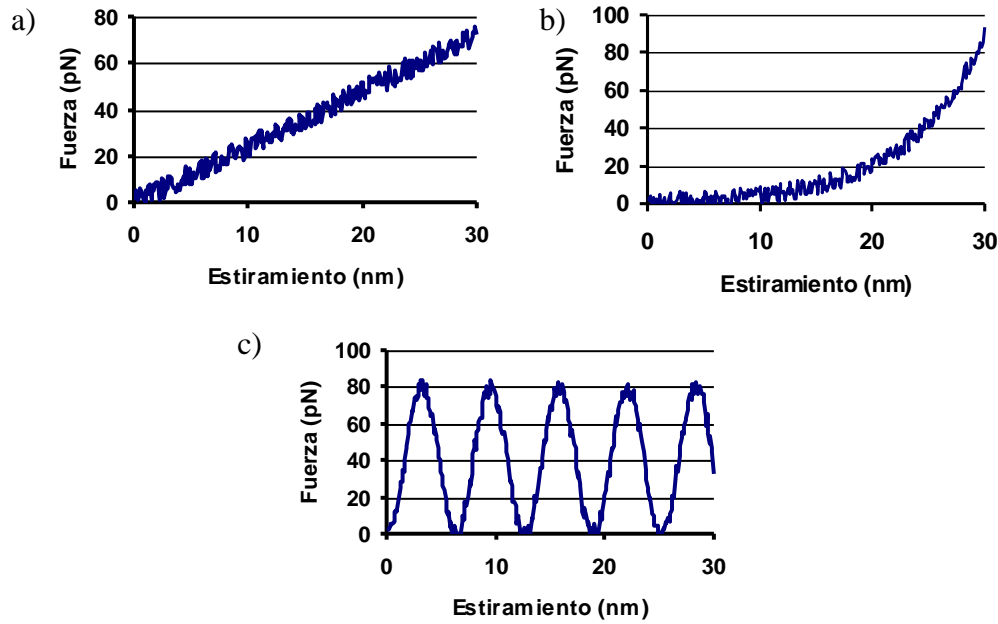
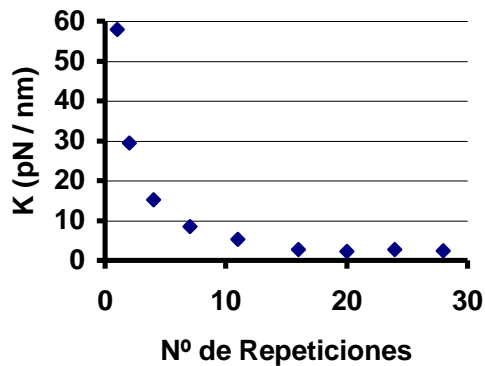


Figura 2.

- 1) ¿Cuál de estos gráficos se correspondería con la proteína estudiada por Marszalek? Justifique. Averigüe aproximadamente su constante elástica.
- 2) Si se construye una serie de proteínas con distinto número de repeticiones de ankirina y se mide su constante elástica se obtiene un gráfico como el de la figura 3.



- a) ¿Cómo interpreta este resultado? (Pista: repase el problema 12).
- b) ¿Más o menos cuántas repeticiones de ankirina tiene la proteína estudiada por Piotr?