II GUIA DE COSMOLOGIA – 2do Cuatrimestre 2003

Curso de postgrado u optativo de grado – Dept de Física, FCEyN-UBA

Elementos de Relatividad General

-Entrega: martes 9 de septiembre (alumnos de grado, todos los problemas sin la (\mathbf{D}) ; alumnos de doctorado, 3 problemas a elección, el resto al final del curso)- 1

Problema 1: (a) Estimar cuánto atrasa un reloj en la base del Obelisco respecto de otro similar en su punta. (b) Estimar el corrimiento al rojo gravitatorio de un fotón de frecuencia ν emitido en la superficie del sol.

Problema 2: (D) Deducir la ecuación de las geodésicas del principio variacional:

$$\delta \int ds \, g_{\alpha\beta} \frac{dx^{\alpha}}{ds} \frac{dx^{\beta}}{ds} = 0$$

(ds es el intervalo, no una parametrización arbitraria). Difieren estas ecuaciones de las obtenidas a partir de la acción usual?

Problema 3: (**D**) Principio de Fermat: Muestre que en una métrica estática, $g_{0j} = g_{\alpha\beta,0} = 0$, las geodésicas nulas entre dos puntos del espacio extreman el tiempo de viaje.

Problema 4: Calcular para deflexiones pequeñas, la desviación que sufre un rayo de luz en la métrica de Schwarzschild usando **a**) la ecuación de las geodésicas, y **b**) el principio de Fermat. Comparar el resultado con la predicción newtoniana. Estimar el ángulo de deflexión para un rayo de luz que pasa por el borde del sol, y para otro que pasa por el borde de un cúmulo de galaxias típico.

Problema 5:

(a) Mostrar que en el gauge de Lorentz $\bar{h}^{\nu}_{\mu,\nu}=0$, las ecuaciones de Einstein en el límite de campos débiles se reducen a:

$$\Box \bar{h}^{\mu\nu} = -16\pi G T^{\mu\nu}$$

donde $\bar{h}^{\mu\nu}=h^{\mu\nu}-\frac{1}{2}\eta^{\mu\nu}h$, $g^{\mu\nu}=\eta^{\mu\nu}+h^{\mu\nu}$, y h es la traza de $h^{\mu\nu}$.

- (b) (D) Mostrar que en el vacío se propagan ondas con la velocidad de la luz. Ver que hay sólo dos polarizaciones independientes.
- (c) (D) Si se tiene una onda propagándose en la dirección z, qué les pasa a dos partículas que estaban en reposo al llegar la onda, pero separadas por una pequeña distancia en la dirección x.

 $^{^{1}(\}mathbf{D}) = \text{obligatorio para alumnos de doctorado.}$