·

IV GUIA DE COSMOLOGIA – 2do Cuatrimestre 2003

Curso de postgrado u optativo de grado – Dept de Física, FCEyN-UBA

Historia Térmica del Universo

–Entrega: ejercicios 2, 3, 6 y 7 (martes 13 de octubre), el resto al final del curso– [1]

Problema 1: Considere una expansión adiabática para nuestro universo en épocas recientes. (a) Estime la densidad de entropía y un valor adimensional para la entropía por barión.
(b) Calcule ahora la entropía total de nuestro universo observable. Es grande o chica? Contra qué la compararía?

Problema 2: El número total efectivo de grados de libertad relativistas de partículas –bosones y fermiones– que constituyen un gas diluido y débilmente interactuante (i.e., con masas $m \ll$T) está dado por g_* , y g_* es una cantidad que depende de la temperatura T.
a) Si sólo permanecen en equilibrio termodinámico los fotones, los electrones y los neutrinos (y sus antipartículas), muestre que $g_* = 10.75$. En qué rango de temperaturas del universo tiene validez este valor?
b) Ahora considere temperaturas menores, por debajo de aquella en la que electrones y positrones se aniquilan. Qué valor obtiene para g_*? [recuerde que en este caso, fotones y neutrinos *no* poseen la misma T]
c) Es este último el valor *actual* de g_*? Qué suposición está haciendo sobre la masa de los neutrinos?
d) Ahora considere temperaturas por encima de los 300 GeV e incluya todas las partículas presentes en el modelo estándar de partículas elementales. Qué valor obtiene para g_*?
e) Es este último valor el máximo posible para g_*? O piensa Ud. que para energías muy altas (de gran unificación, por ejemplo) g_* podría ser aún mayor? Si así fuera, cómo surgen esos nuevos grados de libertad?
f) Por qué no se incluye la contribución de las partículas no-relativistas en la definición de g_*? [Qué hay en sus distribuciones de equilibrio –para la densidad de energía, por ejemplo– que *suprime* sus contribuciones?]

Problema 3: Sea un modelo de Friedmann dominado por radiación, compuesto por fotones, neutrinos, electrones y muones, a una temperatura T_1. En un instante posterior, cuando la temperatura es T_2, los pares de muones ya se han aniquilado, mientras que las demás partículas siguen existiendo en equilibrio térmico y siguen siendo relativistas. Calcular T_2 en función de $T_1, a(t_1)$ y $a(t_2)$.

Problema 4: (**D**) Sea una hipotética partícula con interacciones tales que su desacople del resto de la radiación se produce cuando $T = 300$ GeV. Calcular la cota superior sobre su masa que surge de imponer que la densidad de energía actual en esas partículas no supere la crítica. Suponer a la partícula relativista en el momento del desacople.

[1] (**D**) = obligatorio para alumnos de doctorado.

Problema 5: (a) Entre los candidatos a proveer la materia oscura requerida por la dinámica de galaxias y la formación de estructuras, los neutrinos masivos, ν , tienen un papel privilegiado: sabemos que los neutrinos existen y, además, experiencias recientes sugieren que ciertos de éstos serían masivos. Si su abundancia hoy (número de νs por centímetro cúbico) es una fracción de la de los fotones de la radiación cósmica de fondo, $n_\nu = (3/11)n_\gamma$ (por especie de neutrino), qué masa deberían tener los neutrinos (considerados "no relativistas") para "cerrar el universo" [hacer que $\Omega_\nu = 1$]? Es este valor compatible con las observaciones, *e.g.*, de Super–Kamiokande y del Sudbury Neutrino Observatory? Sabemos que $m_\nu c^2 \sim k_B T_\nu$ es el límite que separa νs relativistas de νs no relativistas. Si $T_\nu \sim 2$K para los "neutrinos de fondo", verifique que la hipótesis de νs no relativistas para lograr $\Omega_\nu = 1$ está bien fundada.
(b) (**D**) Demostrar que si un neutrino estable es no relativista en el momento de su desacople, su masa debe ser mayor que 2 GeV si $\Omega_\nu < 1$. Use que $\sigma v = G_F^2 m_\nu^2/2\pi$.

Problema 6: Demostrar, suponiendo que el proceso de recombinación ocurre en equilibrio termodinámico y que los átomos de H se forman en su estado fundamental, que la fracción de electrones que permanecen sin combinar x_e satisface $(1-x_e)/x_e^2 \approx 3.84\eta(T/m_e)^{3/2}\exp(B/T)$. $B = 13.6$ eV es la energía de ionización del H y $\eta = 2.68\times10^{-8}\Omega_b h^2$ es el cociente entre el número de bariones y fotones. Definiendo la temperatura de recombinación como aquella a la cual $x_e = 0.1$ calcular T_{rec} y z_{rec} para $\Omega_b h^2 = 0.1$ y 0.01.

Problema 7: En épocas actuales, y si consideramos el universo en su totalidad, la radiación interactua muy poco con la materia no relativista. Una forma de verlo es calcular el camino libre medio (CLM) de los fotones. Este depende de la densidad del medio intergaláctico, y de su estado de ionización.
(a) Un valor aproximado para este CLM puede estimarse suponiendo que toda la materia bariónica del universo está distribuida uniformemente y que se halla completamente ionizada. Sabiendo que la interacción de radiación y materia se rige por la difusión Thomson (sección eficaz $\sigma_{\rm T}$), calcule el valor para el CLM de un fotón. Diga además si este valor corresponde a un valor mínimo del verdadero CLM, y justifique. Compare el valor obtenido con el tamaño del universo observable hoy. Qué concluye, estadísticamente, sobre la probabilidad de que un fotón interactúe con la materia?
(b) Calcular el camino libre medio de los fotones antes y después de la recombinación, suponiendo que después de la recombinación queda una ionización residual fraccional $x = \frac{n_e}{n} = 1.2\,10^{-5}\,\Omega^{1/2}/h\Omega_b$. Comparar el camino libre medio con el tamaño de horizonte. Suponiendo un modelo con recombinación instantánea calcular la profundidad óptica:

$$\tau(t_0, t_e) = \int_{t_e}^{t_0} n_e(t)\ \sigma_{\rm T}\ c\ dt \tag{1}$$

como función del corrimiento al rojo z_e. Cuál es la interpretación de τ?

Problema 8: Estimar la intensidad de un campo magnético cosmológico cuya densidad de energía sería comparable a la densidad de energía en la radiación cósmica del fondo de fondo.