.

GUIA DE COSMOLOGIA – 2do Cuatrimestre 2002

Curso de postgrado u optativo de grado – Dept de Física, FCEyN-UBA

I. : observaciones – principios – expansion – universos pequeños – ultima: 21-08-2002

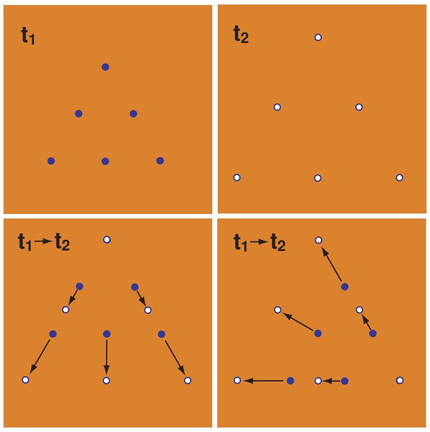
MP1) La cosmologia estandar se apoya en las ecuaciones relativistas clasicas (*i.e.*, *no* cuanticas) de Einstein. Su rango de validez puede entonces determinarse a partir de tres constantes fundamentales: G (cte de Newton), c (veloc de la luz) y $\hbar$ (cte de Planck *reducida*). Use argumentos de analisis dimensional para deducir la maxima energia de validez de las ecuaciones de Einstein [esta energia se llama la energia de Planck]. De igual manera se pueden calcular los correspondientes t_P , m_P , ℓ_P , ρ_P (respectivamente, tiempo, masa, longitud y densidad de Planck). Calculelos, estime sus valores y comparelos con los de la vida cotidiana.

MP2) Otra forma de calcular, *e.g.*, m_P es suponiendo que existe una particula de masa m_P cuya "longitud gravitacional" $\lambda_P = Gm_P/c^2$ (*i.e.*, el radio de Schwarzschild para el cual la particula se convierte en un agujero negro, *pero sin el factor 2*) es igual a su longitud de onda Compton $\lambda_P = \hbar/m_P c$. Intentelo por este camino.

MB1) Una galaxia tipica contiene unas 10^{11} estrellas y tiene un tamaño de aproximadamente 30 kpc. Suponiendola esferica y compuesta exclusivamente de estrellas similares al Sol, calcule la velocidad de escape (de una estrella) de esta galaxia.

MB2) Si suponemos que la galaxia del ejercicio anterior puede aproximarse por un "gas ideal monoatomico" de estrellas con una dada temperatura y que la distribucion de velocidades estelares sigue la ley de Maxwell-Boltzmann, estime el numero de estrellas que logran escapar de la galaxia y el tiempo de vida de dicha galaxia. [puede resultarle util la relacion: $\int_y^\infty x^2 \exp[-x^2]dx \sim (y/2)\exp[-y^2]$, para $y \to \infty$]

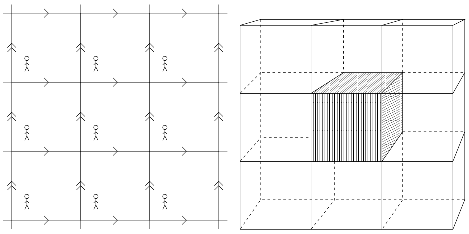
PPIO) Considere la siguiente figura que representa una distribucion de galaxias a dos tiempos cosmologicos distintos [t_1 (t_2) $\to$ galaxias negras (blancas)]. Vea si puede discutir sobre dos de los grandes pilares de la cosmologia moderna siguientes: el principio cosmologico (delicada hipotesis de trabajo) y la ley de expansion de Hubble (pilar observacional fundamental). Que sucede si hace pasar "la pelicula" en el sentido inverso? Se llegara a algun "punto singular"? Y si se levantara la hipotesis de isotropia?



JLB) Vuelva a mirar esta figura y discuta: todos los puntos son el centro, o ninguno lo es?
El mundo es una esfera cuyo centro se halla en todas partes y cuya circunferencia no se encuentra en parte alguna [Nicolas de Cusa, "La docta Ignorancia" (1440), o quizas prefiera releer "La esfera de Pascal" de J.L.Borges...]

.

TOP) Sabemos desde la epoca de Archytas de Tarento (pitagorico del siglo V a.C.) sobre lo paradojico de proponer la existencia de un "borde cosmico" en nuestro universo. Asi, el universo podria ser infinito, o finito sin borde. En este ultimo caso, la topologia espacial (*i.e.*, las propiedades globales) del universo podria(n) no ser simple(s). La "topologia cosmica" especula sobre esta posibilidad. Piensa Ud. que las hipotesis de base del principio cosmologico (isotropia, homogeneidad) siguen valiendo en este caso? Son propiedades locales o globales? Pruebe a teselar el universo con celdas regulares dando alguna regla que identifique sus caras (como en un pac-man cosmico tridimensional generalizado). Un observador en el centro de la celda que Ud. tambien comparte (poliedro fundamental) tiene o no una posicion privilegiada?



INF) Discuta sobre que observables astrofisicos podrian darnos indicios sobre una tal topologia cosmica? En que caso este interrogante se volveria imposible de poner a prueba por la observacion astrofisica? Tiene Ud. argumentos para preferir un universo finito a uno infinito? [existe algo a su alrededor que sea infinito?]

3Z) Hay tres distintos tipos de "redshifts" (z) en cosmologia: el z gravitacional (cuando el campo gravitacional en el punto de emision es mayor que en el de recepcion – *e.g.*, alrededor de agujeros negros); el z de Doppler–Fizeau (cuando la fuente emisora "e" y el receptor "o" se alejan) y el z de la expansion (la luz se enrojece al propagarse por un espacio en expansion). Si definimos $z \equiv (\lambda_o - \lambda_e)/\lambda_e$ en funcion de la longitud de onda λ de la luz, escriba la relacion correspondiente para z en funcion de la frecuencia. Verifique que a partir de la formula relativista del efecto Doppler $z = \gamma(1 + V/c) - 1$, donde $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ y V es la velocidad de recesion, es posible deducir la formula de Doppler–Fizeau valida a bajas velocidades $z = V/c \ll 1$.

HIP) El proyecto de astrometria espacial a bordo del satelite Hipparcos midio los paralajes de mas de 2.5 millones de estrellas entre las mas brillantes de todo el cielo. Si la precision con la cual se determinan angulos es de 0.001 segundos de arco, cual es el error en la estimacion de la distancia a Sirio, ubicada a unos 9 años luz del Sol?

FOT) La fotosfera de estrellas tipicas tiene una temperatura de 6000K. Esta energia termica hara que los atomos de aquellos elementos que la componen posean movimientos erraticos y por ende que sus emisiones caracteristicas sufran el llamado ensanchamiento de las lineas espectrales (debido al efecto Doppler-Fizeau). Si ahora consideramos una estrella ubicada en uno de los brazos de nuestra galaxia, el corrimiento de su espectro podria darnos una estimacion de la magnitud de la rotacion de la galaxia. Teniendo en cuenta el ensanchamiento mencionado mas arriba, que condicion debe darse para que asi sea? Estime dicho ensanchamiento para algun atomo abundante de la fotosfera estelar.
En el espectro de una estrella, la linea del Ca II, de longitud de onda λ=3969Å en el laboratorio, nos llega modificada como resultado de la rotacion galactica: se espera que esta linea sufra corrimientos hacia el azul o hacia el rojo de magnitud $|z| \sim 10^{-3}$, correspondientes a variaciones de 4Å en λ. Es este valor mayor o menor al obtenido mas arriba?

.

ISO) Considere las dos afirmaciones siguientes: i) isotropia alrededor de todo punto implica homogeneidad ; ii) homogeneidad en todo punto implica isotropia. Son verdaderas? Discuta y de ejemplos que grafiquen sus respuestas.

Q) La expansion del universo en los modelos cosmologicos simples esta descripta por una unica funcion dependiente del tiempo $R(t)$ llamada el factor de escala (N.B.: *no* es el radio del universo; por que?). Considere que esta funcion esta dada por $R(t) \propto t^p$, con $p > 0$ constante cualquiera. Muestre que el parametro de deceleracion $q \equiv -\ddot{R}R/\dot{R}^2$ es constante y que ademas $q \gtreqless 0$ segun sea $p \lesseqgtr 1$.
Estime la edad del universo para diferentes valores de p y compare estas edades con la relacion aproximada $t \sim H^{-1}$ (no solo para la epoca presente). Para que valor de p ambas estimaciones coinciden? Que tipo de expansion resulta? Que nombre le han dado los cosmologos? [recuerdela para cuando veamos la ecuacion de Friedmann, mas adelante].

R) Siguiendo con el ejercicio anterior, grafique $R(t)$ versus t para distintos valores de p y vea en el grafico el error que se hace al afirmar que la edad del universo esta dada por $t = H^{-1}$.
Tome ahora $p > 1$, es cierto que este universo se expande en forma superluminica? Por que? Que nombre le daria a un tal universo?

HM) Una ultima cosita: aunque parezca anti-intuitivo, un universo con $R(t) \propto t^{2/3}$ *no* se expande mas rapido que uno con $R(t) \propto t^{1/2}$. Explique, por que? [la cosmologia no es tan facil como parecia, hm?]