.

# I GUIA DE COSMOLOGIA – 2do Cuatrimestre 2003

Curso de postgrado u optativo de grado – Dept de Física, FCEyN-UBA

INTRODUCCIÓN

–Entrega: 4 problemas a elección (viernes 29 de agosto), el resto al final del curso–

**Problema 1:** La cosmología estándar se apoya en las ecuaciones relativistas clásicas (*i.e.*, *no* cuánticas) de Einstein. Su rango de validez puede entonces determinarse a partir de tres constantes fundamentales: $G$ (cte de Newton), $c$ (veloc de la luz) y $\hbar$ (cte de Planck *reducida*). Use argumentos de análisis dimensional para deducir la máxima energía de validez de las ecuaciones de Einstein [esta energía se llama la energía de Planck]. De igual manera se pueden calcular los correspondientes $t_P$ , $m_P$ , $\ell_P$ , $\rho_P$ (respectivamente, tiempo, masa, longitud y densidad de Planck). Calcúlelos, estime sus valores y compárelos con los de la vida cotidiana.

**Problema 2:** Calcular qué masa $m$ debe tener una partícula para que su "longitud de onda gravitacional" $\lambda_G = Gm/c^2$ (*i.e.*, el radio de Schwarzschild para el cual la partícula se convierte en un agujero negro, *pero sin el factor 2*) sea igual a su longitud de onda Compton $\lambda_C = \hbar/mc$. Comparar con el ejercicio anterior.

**Problema 3:** El proyecto de astrometría espacial a bordo del satélite Hipparcos midió los paralajes de mas de 2.5 millones de estrellas entre las más brillantes de todo el cielo. Si la precisión con la cual se determinan ángulos es de 0.001 segundos de arco, cuál es el error en la estimación de la distancia a Sirio, ubicada a unos 9 años luz del Sol?

**Problema 4:** La fotosfera de estrellas típicas tiene una temperatura de 6000K. Esta energía térmica hará que los átomos de aquellos elementos que la componen posean movimientos erráticos y por ende que sus emisiones características sufran el llamado ensanchamiento de las líneas espectrales (debido al efecto Doppler–Fizeau). Si ahora consideramos una estrella ubicada en uno de los brazos de nuestra galaxia, el corrimiento de su espectro podría darnos una estimación de la magnitud de la rotación de la galaxia. (a) Teniendo en cuenta el ensanchamiento mencionado más arriba, qué condición debe darse para que así sea? Estime dicho ensanchamiento para algún átomo abundante de la fotosfera estelar.
(b) En el espectro de una estrella, la línea del Ca II, de longitud de onda $\lambda$=3969Å en el laboratorio, nos llega modificada como resultado de la rotación galáctica: se espera que esta línea sufra corrimientos hacia el azul o hacia el rojo de magnitud $|z| \sim 10^{-3}$, correspondientes a variaciones de 4Å en $\lambda$. Es este valor mayor o menor al obtenido más arriba?

**Problema 5:** (a) Usando las leyes de Newton, calcular la velocidad de escape para una partícula en la superficie de la Tierra o en la del Sol.
(b) Considere un modelo cosmológico newtoniano, en el que una distribución esférica homogénea de materia de densidad $\rho$ y de radio $R$ se expande con velocidad $v = H_0 R$. Muestre que una partícula masiva en la superficie de esa distribución de materia podrá escapar a la atracción gravitatoria ejercida por la materia en el interior de la esfera sólo si la densidad $\rho$ es menor que un valor crítico $\rho_c = 3H_0^2/(8\pi G)$. Cuál es el valor de $\rho_c$ si $H_0 = 100h$ km/(seg Mpc) ?

**Problema 6:** Mostrar que una distribución de materia en una galaxia dada por $\rho \propto r^{-2}$ es consistente con curvas de rotación planas (velocidades orbitales independientes de $r$).

**Problema 7:** Considere las dos afirmaciones siguientes: i) isotropía alrededor de todo punto implica homogeneidad ; ii) homogeneidad en todo punto implica isotropía. Son verdaderas? Discuta y dé ejemplos que grafiquen sus respuestas.