

GUIA DE COSMOLOGIA – 2do Cuatrimestre 2002

Curso de postgrado u optativo de grado – Dept de Física, FCEyN-UBA

I. : observaciones – principios – expansion – universos pequeños – ultima: 21-08-2002

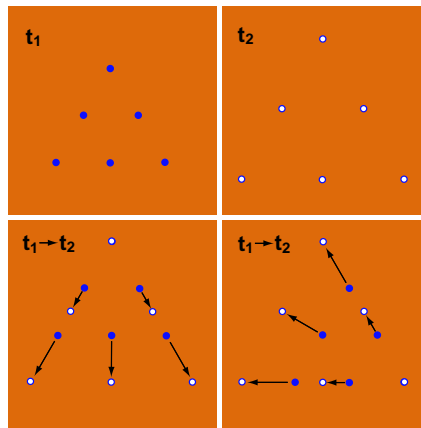
MP1) La cosmologia estandar se apoya en las ecuaciones relativistas clasicas (*i.e.*, *no* cuanticas) de Einstein. Su rango de validez puede entonces determinarse a partir de tres constantes fundamentales: G (cte de Newton), c (veloc de la luz) y \hbar (cte de Planck *reducida*). Use argumentos de analisis dimensional para deducir la maxima energia de validez de las ecuaciones de Einstein [esta energia se llama la energia de Planck]. De igual manera se pueden calcular los correspondientes t_P , m_P , ℓ_P , ρ_P (respectivamente, tiempo, masa, longitud y densidad de Planck). Calculelos, estime sus valores y comparelos con los de la vida cotidiana.

MP2) Otra forma de calcular, *e.g.*, m_P es suponiendo que existe una partícula de masa m_P cuya “longitud gravitacional” $\lambda_P = Gm_P/c^2$ (*i.e.*, el radio de Schwarzschild para el cual la partícula se convierte en un agujero negro, *pero sin el factor 2*) es igual a su longitud de onda Compton $\lambda_P = \hbar/m_P c$. Intentelo por este camino.

MB1) Una galaxia típica contiene unas 10^{11} estrellas y tiene un tamaño de aproximadamente 30 kpc. Suponiendola esférica y compuesta exclusivamente de estrellas similares al Sol, calcule la velocidad de escape (de una estrella) de esta galaxia.

MB2) Si suponemos que la galaxia del ejercicio anterior puede aproximarse por un “gas ideal monoatómico” de estrellas con una dada temperatura y que la distribución de velocidades estelares sigue la ley de Maxwell-Boltzmann, estime el número de estrellas que logran escapar de la galaxia y el tiempo de vida de dicha galaxia. [puede resultarle útil la relación: $\int_y^\infty x^2 \exp[-x^2] dx \sim (y/2) \exp[-y^2]$, para $y \rightarrow \infty$]

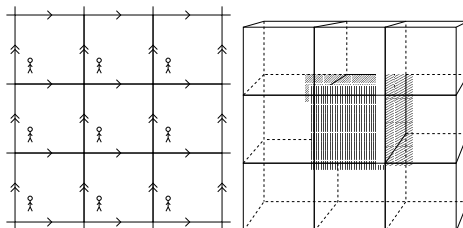
PPIO) Considere la siguiente figura que representa una distribución de galaxias a dos tiempos cosmológicos distintos [t_1 (t_2) \rightarrow galaxias negras (blancas)]. Vea si puede discutir sobre dos de los grandes pilares de la cosmología moderna siguientes: el principio cosmológico (delicada hipótesis de trabajo) y la ley de expansión de Hubble (pilar observacional fundamental). ¿Qué sucede si hace pasar “la película” en el sentido inverso? ¿Se llegará a algún “punto singular”? Y si se levantara la hipótesis de isotropía?



JLB) Vuelva a mirar esta figura y discuta: todos los puntos son el centro, o ninguno lo es?

El mundo es una esfera cuyo centro se halla en todas partes y cuya circunferencia no se encuentra en parte alguna [Nicolas de Cusa, “La docta Ignorancia” (1440), o quizás prefiera releer “La esfera de Pascal” de J.L.Borges...]

TOP) Sabemos desde la época de Archytas de Tarento (pitagórico del siglo V a.C.) sobre lo paradójico de proponer la existencia de un “borde cósmico” en nuestro universo. Así, el universo podría ser infinito, o finito sin borde. En este último caso, la topología espacial (*i.e.*, las propiedades globales) del universo podría(n) no ser simple(s). La “topología cósmica” especula sobre esta posibilidad. Piensa Ud. que las hipótesis de base del principio cosmológico (isotropía, homogeneidad) siguen valiendo en este caso? Son propiedades locales o globales? Pruebe a teselar el universo con celdas regulares dando alguna regla que identifique sus caras (como en un *pac-man* cósmico tridimensional generalizado). Un observador en el centro de la celda que Ud. también comparte (poliedro fundamental) tiene o no una posición privilegiada?



INF) Discuta sobre que observables astrofísicos podrían darnos indicios sobre una tal topología cósmica? En que caso este interrogante se volvería imposible de poner a prueba por la observación astrofísica? Tiene Ud. argumentos para preferir un universo finito a uno infinito? [existe algo a su alrededor que sea infinito?]

3Z) Hay tres distintos tipos de “redshifts” (z) en cosmología: el z gravitacional (cuando el campo gravitacional en el punto de emisión es mayor que en el de recepción – *e.g.*, alrededor de agujeros negros); el z de Doppler–Fizeau (cuando la fuente emisora “e” y el receptor “o” se alejan) y el z de la expansión (la luz se enrojece al propagarse por un espacio en expansión). Si definimos $z \equiv (\lambda_o - \lambda_e)/\lambda_e$ en función de la longitud de onda λ de la luz, escriba la relación correspondiente para z en función de la frecuencia. Verifique que a partir de la fórmula relativista del efecto Doppler $z = \gamma(1 + V/c) - 1$, donde $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ y V es la velocidad de recesión, es posible deducir la fórmula de Doppler–Fizeau válida a bajas velocidades $z = V/c \ll 1$.

HIP) El proyecto de astrometría espacial a bordo del satélite Hipparcos midió los paralajes de más de 2.5 millones de estrellas entre las más brillantes de todo el cielo. Si la precisión con la cual se determinan ángulos es de 0.001 segundos de arco, cuál es el error en la estimación de la distancia a Sirio, ubicada a unos 9 años luz del Sol?

FOT) La fotosfera de estrellas típicas tiene una temperatura de 6000K. Esta energía térmica hará que los átomos de aquellos elementos que la componen posean movimientos erráticos y por ende que sus emisiones características sufran el llamado ensanchamiento de las líneas espectrales (debido al efecto Doppler–Fizeau). Si ahora consideramos una estrella ubicada en uno de los brazos de nuestra galaxia, el corrimiento de su espectro podría darnos una estimación de la magnitud de la rotación de la galaxia. Teniendo en cuenta el ensanchamiento mencionado más arriba, que condición debe darse para que así sea? Estime dicho ensanchamiento para algún átomo abundante de la fotosfera estelar.

En el espectro de una estrella, la línea del Ca II, de longitud de onda $\lambda=3969\text{\AA}$ en el laboratorio, nos llega modificada como resultado de la rotación galáctica: se espera que esta línea sufra corrimientos hacia el azul o hacia el rojo de magnitud $|z| \sim 10^{-3}$, correspondientes a variaciones de 4\AA en λ . Es este valor mayor o menor al obtenido más arriba?

ISO) Considere las dos afirmaciones siguientes: i) isotropia alrededor de todo punto implica homogeneidad ; ii) homogeneidad en todo punto implica isotropia. Son verdaderas? Discuta y de ejemplos que grafiquen sus respuestas.

Q) La expansion del universo en los modelos cosmologicos simples esta descrita por una unica funcion dependiente del tiempo $R(t)$ llamada el factor de escala (N.B.: *no* es el radio del universo; por que?). Considere que esta funcion esta dada por $R(t) \propto t^p$, con $p > 0$ constante cualquiera. Muestre que el parametro de deceleracion $q \equiv -\ddot{R}R/\dot{R}^2$ es constante y que ademas $q \geq 0$ segun sea $p \leq 1$.

Estime la edad del universo para diferentes valores de p y compare estas edades con la relacion aproximada $t \sim H^{-1}$ (no solo para la epoca presente). Para que valor de p ambas estimaciones coinciden? Que tipo de expansion resulta? Que nombre le han dado los cosmologos? [recuerdela para cuando veamos la ecuacion de Friedmann, mas adelante].

R) Siguiendo con el ejercicio anterior, grafique $R(t)$ versus t para distintos valores de p y vea en el grafico el error que se hace al afirmar que la edad del universo esta dada por $t = H^{-1}$.

Tome ahora $p > 1$, es cierto que este universo se expande en forma superlumínica? Por que? Que nombre le daria a un tal universo?

HM) Una ultima cosita: aunque parezca anti-intuitivo, un universo con $R(t) \propto t^{2/3}$ *no* se expande mas rapido que uno con $R(t) \propto t^{1/2}$. Explique, por que? [la cosmologia no es tan facil como parecia, hm?]