.

VI GUIA DE COSMOLOGIA – 2do Cuatrimestre 2003

Curso de postgrado u optativo de grado – Dept de Física, FCEyN-UBA

RADIACIÓN CÓSMICA DE FONDO

–Entrega: todos los ejercicios (clase siguiente al parcial)– [1]

Problema 1: (a) Sea $f(\omega, \Omega)$ la función distribución que da el número de fotones por unidad de volumen, en un intervalo de frecuencias $d\omega$ y con dirección de propagación dentro del ángulo sólido $d\Omega$ que ve un observador O. Si O' es otro observador que se mueve con una velocidad V respecto de O, mostrar que la función distribución que ve O' satisface

$$f'(\omega', \Omega') = (\frac{\omega'}{\omega})^2 f(\omega, \Omega)$$

(b) Demostrar que si O ve un espectro de cuerpo negro a temperatura T, el observador O' verá una temperatura

$$T' = \frac{T}{\gamma(1 - V\cos\theta'/c)}$$

donde θ' es el ángulo respecto de su dirección de movimiento del cual recibe la radiación. Como de costumbre $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$ y V sigue siendo la velocidad relativa entre observadores.

(c) Deduzca de esta última expresión las amplitudes del dipolo y del cuadrupolo cinemáticos (cuál es el monopolo?). Definiendo la anisotropía adimensional $\Theta \equiv \Delta T/T \equiv (T'-T)/T$, cuál es el valor del monopolo (por definición) y de los dos siguientes multipolos superiores de Θ?. Sabiendo que la amplitud medida del dipolo de la radiación de fondo es $\Theta_{\rm dip} \sim 1.24 \times 10^{-3}$ y que el cuadrupolo intrínseco (*i.e.*, no cinemático) es del orden de 10^{-5}, puede uno estar seguro de que el cuadrupolo cinemático es despreciable?

Problema 2: La ecuación de Boltzmann para los modos de Fourier de las fluctuaciones en la temperatura de los fotones $\Theta(\vec{x}, \eta) = \Delta T/T$ puede escribirse como

$$\dot{\Theta} + ik\mu\Theta = \dot{\tau}\,\Theta + S$$

donde $\mu = \cos\theta$, siendo θ el ángulo entre el vector de onda $\vec{k}$ y la dirección de propagación, y S es el término de fuente, que depende de las fluctuaciones en los potenciales gravitatorios. Las derivadas son respecto al tiempo conforme η, y $\dot{\tau} = x_e n_e \sigma_T a$ es la tasa de scattering de Thomson (x_e es la fracción de electrones libres).

(a) Despreciando el término de fuente, demostrar que la reionización del Universo provoca una reducción de los momentos multipolares Θ_ℓ por un factor $e^{-\tau_{\rm ri}}$, donde $\tau_{\rm ri} = \int_{\eta_{\rm ri}}^{\eta_0} {\rm d}\eta\,\dot{\tau}$ es la profundidad óptica debida a la reionización.

(b) El mejor ajuste a las mediciones del satélite WMAP (A. Kogut *et al.*, Astrophys.J.Suppl. 148 (2003) 161, astro-ph/0302207) indica que $\tau_{\rm ri} = 0.17$. Calcular a qué valor del corrimiento al rojo $z_{\rm ri}$ ocurrió la reionización si ésta fue total y repentina. Suponer que el Universo es espacialmente plano, con $\Omega_b h^2 = 0.022$, $\Omega_\Lambda = 0.7$ y $H = 0.71$ km/s/Mpc.

[1] (**D**) = obligatorio para alumnos de doctorado.

.

Problema 3: (**D**) El "horizonte del sonido" está dado por $r_s(\eta) = \int_0^\eta c_s(\eta')\mathrm{d}\eta'$ donde η es el tiempo conforme y $c_s = \sqrt{1/3(1+R)}$ es la velocidad del sonido en el plasma de fotones y bariones, siendo $R = 3\rho_b/4\rho_\gamma$.

a) Demostrar que $r_s(\eta)$ puede expresarse como

$$r_s(\eta) = \frac{2}{3k_{eq}}\sqrt{\frac{6}{R(\eta_{eq})}}\ln\left[\frac{\sqrt{1+R}+\sqrt{R+R(\eta_{eq})}}{1+\sqrt{R(\eta_{eq})}}\right]$$

donde $k_{eq} = 0.073\ \mathrm{Mpc}^{-1}\Omega_m h^2$ es el número de onda del modo que es igual a la inversa del radio de Hubble comoviente en el momento de igualdad entre radiación y materia, es decir: $k_{eq} = a(\eta_{eq})H(a(\eta_{eq}))$.

b) Calcular el valor del horizonte de sonido en el momento del desacople ($z_D \approx 1089$) para $\Omega_m = 0.3$ con $\Omega_b h^2 = 0.01$ y con $\Omega_b h^2 = 0.02$.

Problema 4: (**D**) Mostrar que en un Universo de Robertson-Walker espacialmente plano con una perturbación,

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2(\delta_{ij} - h_{ij})dx^i dx^j$$

las fluctuaciones en la temperatura de la radiación de fondo debidas al corrimiento al rojo gravitatorio dependiente de la dirección están dadas por:

$$\frac{\delta T}{T} = \frac{1}{2}n^i n^j \int_0^{t_0} dt \frac{\partial h_{ij}}{\partial t}$$

donde n^i es la dirección de observación, y la integral debe hacerse sobre la trayectoria no perturbada.